

BERÜCKSICHTIGUNG DER TEMPERATURFEHLER BEI HORREBOW-LIBELLEN

Von

A. SÁRDY

Lehrstuhl für Vermessungswesen,
Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 10. Juni 1969)

Vorgelegt von Dr. F. SÁRKÖZY, Lehrstuhlinhaber

Einleitung

Es ist bekannt, daß bei der Auswertung von Meßergebnissen für genaue geographische Ortsbestimmungen, bei der Berechnung der Genauigkeitsmeßzahlen, einerseits, die *a priori* mittleren Fehler die *a posteriori* mittleren Fehler oft bedeutend unterschreiten, andererseits, innerhalb der *a posteriori* mittleren Fehler die mittleren Abend- oder Gruppenfehler geringer als die mittleren Stationsfehler sind.

Eingehendere Fehleruntersuchungen führten in der Regel zu der Feststellung, daß bei den Messungen eine regelmäßige Fehlerquelle vorkommt, die an einem Meßabend bzw. während der Zeitdauer einer Meßreihe regelmäßig wirksam ist, jedoch an verschiedenen Abenden auch verschiedenen Vorzeichens sein kann. Die Refraktionsanomalie zufolge der Neigung der Luftschichten, die oft als Zenitrefraktion bezeichnet wird, stellt eine derartige regelmäßige Fehlerquelle dar. Die erwähnten Abweichungen der mittleren Fehler wurden daher in der Regel durch Refraktionsanomalien erklärt, und zur Bekämpfung der auf das Endergebnis ausgeübten regelmäßigen Wirkung wurde vorgeschlagen, die Messungen auf viele Meßabende zu verteilen.

Als die modernen Instrumente mit Libellen für genaue Feldbeobachtungen, vor allem der Universaltheodolit Wild 4, erschienen, ergaben sich bei der Verarbeitung der Meßergebnisse der mit diesen Instrumenten durchgeführten Feldbeobachtungen noch größere Widersprüche bei den mittleren Fehlern. Ein weiterer Widerspruch machte sich geltend, indem die Genauigkeitsmeßzahlen von mit denselben Instrumenten in verschiedenen Aufstellungspunkten durchgeführten Messungen eine bedeutende Schwankung zeigten. Eingehendere Prüfungen [1—4] führten zum Ergebnis, daß sich die Widersprüche der mittleren Fehler, wenigstens bei diesen Instrumenten durch Refraktionsanomalien nicht mehr erklären lassen. Die Verfasser der angeführten Arbeiten stellen einstimmig fest, daß der Grund für die Zunahme der Widersprüche in bezug auf die mittleren Fehler eindeutig in den Temperaturfehlern der zur Bestimmung der Neigungskorrektion benutzten Libellen zu suchen sei.

In diesem Zusammenhang bemerkt MILOVANOVIC ([4] S. 63): »Man muß sich auch fragen, warum gerade moderne Beobachtungen so große Abend- bzw. Gruppenfehler aufweisen. Wenn man den Wärmeschutz der Libellen bei älteren und modernen Instrumenten der geodätischen Astronomie (völlig vernachlässigt z. B. Wild T4, DKM 3A) betrachtet, liegt die Antwort auf der Hand.«

In Ungarn werden bei genauen geographischen Ortsbestimmungen für geodätische Zwecke zur Bestimmung der Breite das Horrebow—Talcott-Verfahren, zur Zeitbestimmung die Mayersche Methode, zur Bestimmung des Azimuts der terrestrischen Richtung das indirekte (Polar-) Verfahren benutzt. Von diesen ist es das Horrebow—Talcott-Verfahren, bei dem — nach den Untersuchungen — vor allem zu erwarten ist, daß durch den Temperaturfehler der Libellen in der ermittelten geographischen Breite des Aufstellungspunktes ein regelmäßiger Fehler entsteht, der nicht mehr vernachlässigt werden darf.

Bei der gegenwärtigen Untersuchung wird vorausgesetzt, daß es sich um Feldbeobachtungen für geodätische Zwecke handelt, bei denen ein mittlerer Fehler von etwa $\pm 0,1''$ erreicht werden soll. Die mitgeteilten Zahlenwerte beziehen sich auf den Universaltheodolit Wild T4. Dabei ist es jedoch nicht ausgeschlossen, daß diese Ausführungen mit entsprechender Vorsicht auch auf andere Fälle und andere Instrumente angewandt werden.

Bevor wir die Möglichkeiten zur Beseitigung der Fehler untersuchen, ist es zweckmäßig, einige Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen über Temperaturfehler kurz vorzuführen.

Temperaturfehler von Libellen und der Einfluß auf den gemessenen Breitenwert

Die temperaturabhängigen Fehler der Libellen werden von den Verfassern von [5] in zwei Gruppen unterteilt, u. zw. in die der thermomechanischen und der thermohydrostatischen Fehler. Die ersteren sind Fehler, die aus der Formänderung unter Wärmewirkung entstehen, die letzteren sind Erscheinungen, die aus Temperaturänderungen in der Libellenflüssigkeit entstehen und die Ruhelage der Blase beeinflussen.

Von den Temperaturfehlern der Libellen sind bei Bestimmung der Neigungskorrektur jene die wichtigsten, die aus Temperaturdifferenzen innerhalb der Libellenkonstruktion bzw. aus der regelmäßigen Änderung dieser Temperaturdifferenz während der Neigungsmessung entstehen.

Tritt aus irgendwelchem Grunde zwischen den Stirnflächen der Horrebow-Libellen eine Temperaturdifferenz auf, so verschiebt sich die Libellenblase aus der zu einer gleichmäßigen Temperatur gehörenden Ruhelage; nach etwa 12 bis 15 Minuten, wenn innerhalb der Libellen das ungleiche Tempera-

turfeld stationär wird, hört die Bewegung der Blase auf. Da es sich praktisch um geringe Temperaturdifferenzen handelt, kann die Verschiebung der Blase als der Temperaturdifferenz zwischen den Stirnflächen der Libellenkonstruktion proportional betrachtet werden. Der Proportionalitätsfaktor wird als der Temperaturkoeffizient der Libelle bezeichnet.

Der Temperaturkoeffizient E ist von den geometrischen Abmessungen, der geometrischen Anordnung der Libellenkonstruktion sowie von einzelnen physikalischen Kennwerten ihrer Werkstoffe abhängig. Wird die äußerst komplizierte Erscheinung stark vereinfacht und vorausgesetzt, daß von den thermomechanischen Fehlern der Libellen die Wärmedehnung der Halterung und Schaltvorrichtung des Libellenrohres vorherrschend ist, ferner daß die Verschiebung der Blase unter thermohydrostatischer Wirkung durch die Formel von DRODOFSKY [6] S. 22, Formel (51) richtig beschrieben ist, so gilt nach der Beziehung (28) in [3]

$$E''/^{\circ}\text{C} = \frac{\alpha_k \cdot m}{a} \varrho'' + \frac{1,3 \cdot 10^5 \alpha \gamma_h k}{a} . \quad (1)$$

In Beziehung (1) bedeuten:

- α_k die Wärmedehnungszahl der Werkstoffe der Libellenrohrhalterung und Schaltvorrichtung;
- m die Höhe der Achsenlinie des Libellenrohres über der Horizontalachse;
- a den Abstand zwischen den Stirnflächen der Libellenkonstruktion;
- α die Laplacesche Konstante;
- γ_h den Oberflächenspannungskoeffizienten der Füllflüssigkeit;
- k einen Proportionalitätsfaktor, als Quotienten

$$k = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

wo τ_1 , die Temperaturdifferenz je Längeneinheit in der Füllflüssigkeit und τ_2 jene zwischen den Libellenstirnflächen bedeutet. Daraus folgt, daß der Wert von k zwischen den Wertgrenzen

$$0 < k < 1$$

schwankt, wobei der untere Grenzwert einem vollkommenen Wärmeschutz der Füllflüssigkeit und der obere Grenzwert einer vollen Wärmeübertragung entspricht. Der k -Wert kann erst nach Bildung eines stationären Temperaturfeldes innerhalb der Libellenkonstruktion als konstant betrachtet werden, und ist neben den geometrischen Abmessungen auch von den Wärmeleitungs- und Wärmeübergangszahlen der Werkstoffe abhängig.

In Beziehung (1) drückt das erste Glied die thermomechanische, das zweite die thermohydrostatische Wirkung aus. Es ist besonders darauf hinzuweisen, daß das Vorzeichen zwischen den beiden Gliedern von der geometrischen Anordnung abhängig ist. Bei Horrebow-Libellen (und im allgemeinen auch bei den Höhenkreislibellen), wo die Achse des Libellenrohres über der Bezugsachse liegt, addieren sich die beiden Wirkungen (Abb. 1). Bei Hängelibellen, so auch im Falle des Universaltheodolits Wild T4, sind die Blasenverschiebungen unter den beiden Einwirkungen einander entgegengesetzt (Abb. 2).

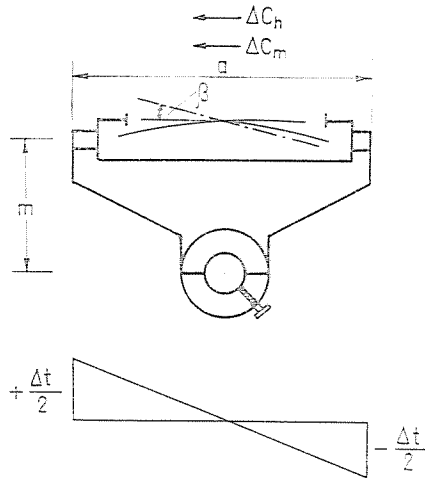


Abb. 1

Es ist naturgemäß nicht daran zu denken, daß man den aus Formel (1) errechneten E -Wert praktisch verwendet: bei den angewandten vereinfachten Annahmen würde die Bestimmung des k -Wertes eine bedeutende Unsicherheit in der Berechnung herbeiführen. Trotzdem kann er für qualitative, andererseits, wenigstens anhaltsweise hinsichtlich der Größenordnung, für quantitative Berechnungen benutzt werden. Für diesen Zweck sind in Tafel I die für verschiedene Füllflüssigkeiten und k -Werte den geometrischen Abmessungen

Tabelle I

$k =$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00
Füllflüssigkeit	$E / ^\circ\text{C}$				
Äthylalkohol	1,1	2,3	3,4	4,7	5,9
Toluol	1,1	2,5	4,0	5,4	6,9
Äthyläther	1,1	3,1	5,2	7,2	9,3

der Horrebow-Libellen im Instrument Wild T4 entsprechenden Werte zusammengestellt.

Die Untersuchungen zeigten, daß sich bei Feldbeobachtungen vor allem (doch nicht ausschließlich) unter der Einwirkung eines gleichgerichteten Windes zwischen den Stirnflächen der Horrebow-Libellen Temperaturdifferenzen von ein bis zwei Zehntel Grad im Mittel ergeben. Nach Milovanovic [4] entsteht die Temperaturdifferenz unter Windwirkung in vereinfachter Form wie folgt. Die mittlere Temperatur des nachts im Freien aufgestellten Instruments

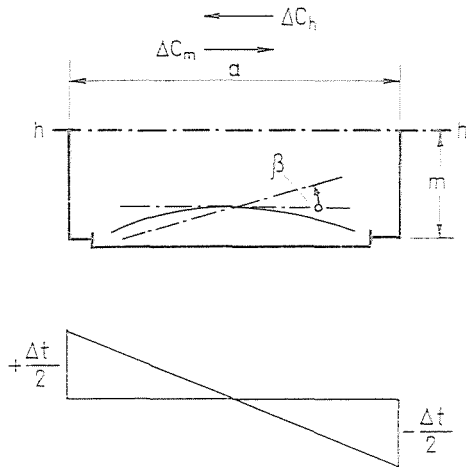


Abb. 2

ist niedriger als die Lufttemperatur. Ist eine Luftströmung neben der Libellenkonstruktion vorhanden, so wird die Wärmeübergangszahl zwischen Luft und Libelle auf der Luvseite einen höheren Wert aufweisen als auf der Leeseite. Daher wird auf der Luvseite der Temperaturunterschied zwischen Luft und Libellenkonstruktion geringer, die Luvseite der Libellenvorrichtung also wärmer sein als die Leeseite. (Vor Sonnenuntergang ist die Lage umgekehrt.)

Bei der Horrebow—Talcott-Methode wird der erste Stern der Sternpaare in derselben Fernrohrlage beobachtet, wie der zweite Stern des vorigen Sternpaares. Wird das Instrument um etwa 15 Minuten vor der Beobachtung des ersten Sternpaares eingestellt, so steht — von Ausnahmefällen abgesehen (wenn ein Sternpaar innerhalb einer kurzen Zeit dem anderen folgt) — vor der Beobachtung der ersten Sterne eines jeden Sternpaares genügende Zeit zu Verfügung, damit sich in der Libellenkonstruktion, z. B. unter Windwirkung, ein ungleichförmiges stationäres Temperaturfeld ausbildet, und dadurch eine der Temperaturdifferenz der Stirnflächen proportionale Verschiebung der Blasen zustande kommt.

Nach der Beobachtung des ersten Sterns des Sternpaares wird die Alhidade um 180° gedreht. Könnten die Libellen im auf die Umdrehung folgenden Augenblick abgelesen werden, erhielte man den Wert der Neigungskorrektur praktisch frei von Temperaturfehlern. Bis zur Beobachtung des zweiten Sterns vergehen jedoch 3 bis 20 Minuten. So steht meistens genügend Zeit zur Verfügung, daß zwischen den in Nordsüdrichtung ausgetauschten Libellenenden eine der vorigen entgegengesetzte Temperaturdifferenz entsteht. Dieser entspricht jedoch in der Libellenvorrichtung eine Verschiebung der Blasen unter Temperaturwirkung in entgegengesetzte Richtung, durch die der anhand von Blasenablesungen ermittelte Wert der Neigungskorrektur verfälscht wird.

Die Verzerrungswirkung der Temperaturfehler von Horrebow-Libellen auf den aus den Meßdaten eines einzigen Sternpaares errechneten Breitewert läßt sich, nach den bei Labor-Kontrollmessungen erhaltenen Angaben, mit einer praktisch befriedigenden Näherung durch die Beziehung (37) in [3] ausdrücken:

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{2}(\Delta t_w + \Delta t_E)(1 - e^{-ki})E. \quad (2)$$

In Formel (2) ist Δt die Temperaturdifferenz der Stirnflächen des Libellenhalterahmens in der dem Index entsprechenden Kreislage (W = Okular West; E = Okular Ost), immer im Sinne Nord minus Süd, also

$$\Delta t = t_N - t_S; \quad (3)$$

weiter bedeuten e die Grundzahl des natürlichen Logarithmus; i die Zeitdauer vom Augenblick der Drehung um 180° der Alhidade bis zum Durchgangszeitpunkt des zweiten Sterns des Sternpaares durch den Mittelfaden; K eine von den geometrischen Abmessungen der Libellenvorrichtung sowie von einigen physikalischen Kennwerten des Werkstoffes abhängige Konstante; schließlich E den Temperaturkoeffizienten der Horrebow-Libellen.

Im Sinne der vorstehenden Ausführungen wird der Breitewert durch die Temperaturfehler der Libellen solange mit demselben Vorzeichen verfälscht, wie die Ursache der Temperaturdifferenz (z. B. die Windrichtung) unverändert bleibt. Eine Drehung der Windrichtung um 180° ergibt hingegen einen regelmäßigen Fehler mit dem entgegengesetzten Vorzeichen.

Möglichkeiten zur Beseitigung der Wirkung von Temperaturfehlern

Die Beseitigung von regelmäßigen Fehlern, bzw. eine möglichst wirksame Verminderung ihrer Wirkung, kann in der Regel nach drei Verfahren erfolgen:

1. die Ursachen des regelmäßigen Fehlers können behoben oder unter einen vernachlässigbaren Wert herabgesetzt werden;
2. der Wert des regelmäßigen Fehlers kann berechnet und das Meßergebnis mit diesem Wert korrigiert werden. Dazu sind in der Regel Messungen von zusätzlichen Größen erforderlich;
3. es können Meßverfahren erarbeitet werden, wobei der regelmäßige Fehler ausfällt bzw. seine Wirkung abnimmt.

Es ist selbstverständlich von der Natur des regelmäßigen Fehlers abhängig, welche von den angeführten Verfahren im gegebenen Falle praktisch Anwendung finden können. Falls sich ein regelmäßiger Fehler nach mehreren Verfahren beseitigen läßt, ist durch Erwägung der Umstände je nach der Zweckmäßigkeit zu entscheiden, welches von den Verfahren zur Anwendung kommen soll.

I. Im vorliegenden Falle sind nach (2) im Rahmen des ersten Verfahrens zwei teils zusammenhängende Möglichkeiten vorhanden, die Wirkung der Temperaturfehler auszuschließen bzw. praktisch lediglich die regelmäßigen Fehler zu mäßigen. Die erste besteht darin, die Temperaturdifferenzen womöglich zu vermindern, die zweite darin, den Wert des Temperaturkoeffizienten E womöglich herabzusetzen.

Um in der Libellenkonstruktion die Temperaturdifferenz womöglich zu vermindern, schlägt MILOVANOVIC [4] vor, die betreffenden Gerätflächen als polierte Metallflächen auszubilden, um die Temperaturdifferenz von Luft und Libellenkonstruktion herabzusetzen. Je geringer diese nämlich ist, eine umso geringere Temperaturdifferenz entsteht in der Libellenkonstruktion. Letztere läßt sich noch weiter durch Erhöhung der Wärmeleitung herabsetzen, was zum Beispiel durch einen größeren Querschnitt und durch die Wahl geeigneter Werkstoffe erzielt werden kann. Milovanovic führte Versuche mit Windschutzvorrichtungen durch, wobei es gelang, die Temperaturdifferenz etwa auf ein Drittel des ursprünglichen Wertes herabzusetzen.

Für den zahlenmäßigen Wert des Temperaturkoeffizienten E ist nach den Angaben in Tafel I der thermohydrostatische Fehler der Libelle maßgebend. Seine Verminderung läßt sich einerseits unter Anwendung einer geeigneten Füllflüssigkeit, andererseits durch einen womöglich guten Wärmeschutz der Füllflüssigkeit bzw. des Glasrohres der Libelle erreichen.

Die angeführten und die u. U. anwendbaren weiteren Möglichkeiten dieser Gruppe können in ihrer Mehrheit lediglich beim Entwurf neuer Instrumente nutzbar gemacht werden, oder erfordern bei einem bereits vorhandenen Instrument eine Änderung des konstruktiven Aufbaues der Libelle. Soll an dem bereits vorhandenen konstruktionsmäßigen Aufbau nicht geändert werden, bleibt als reale Möglichkeit zur Mäßigung der Wirkung die Anwendung eines Windschutzes.

2. Für die rechentechnische Beseitigung der regelmäßigen Wirkung von Temperaturfehlern lassen sich voneinander mehr oder weniger abweichende Verfahren anwenden. Nach dem Grundgedanken dürften diese Rechenverfahren schließlich auch in zwei Gruppen unterteilt werden. Eine Gruppe wird vom Grundgedanken geleitet, daß die Feldbeobachtungen durch die Messung der Temperaturdifferenz zwischen der Stirnflächen der Libellen ergänzt und die zuverlässigsten Werte für die geographische Breite des Standpunktes und für die notwendigen Parameter durch gemeinsame Ausgleichung aus den Ergebnissen der Feldbeobachtungen selbst abgeleitet werden. Der Grundgedanke der zweiten Gruppe der Rechenverfahren besteht darin, die erforderlichen Parameter durch Labormessungen zu ermitteln, die Temperaturdifferenz der Stirnflächen der Libellen auf dem Felde zu messen, und den Wert des regelmäßigen Fehlers nach Formel (2) zu berücksichtigen.

Bei der ersten Gruppe der Berechnungen kann zum Beispiel ähnlich verfahren werden, wie in den Abhandlungen [7–9], wo die wahrscheinlichsten Werte der geographischen Breite, des Revolutionswertes, der Angaben der Libelle, des Koeffizienten K und des Temperaturkoeffizienten durch gemeinsame Ausgleichung ermittelt werden.

Werden der Revolutionswert und die Angaben der Konstante sorgfältig ermittelt und diese Werte als unveränderlich betrachtet, so läßt sich als eines der Meßergebnisse der mit Hilfe der üblichen Formel

$$(\varphi) = \frac{1}{2} (\delta_S + \delta_N) + \frac{1}{2} (m_W - m_E) R + \frac{1}{2} (C_W - C_E) + \frac{1}{2} (\varrho_S - \varrho_N) \quad (4)$$

berechnete Wert ansetzen und, unter Berücksichtigung von (2) als Bestimmungsgleichung, die Beziehung

$$\varphi = (\varphi) - \frac{1}{2} (\Delta t_W + \Delta t_E) (1 - e^{-ki}) E \quad (5)$$

verwenden. Die für die Änderung der zu bestimmenden Unbekannten angenommenen Näherungswerte (φ_0, K_0, E_0) , im vorliegenden Falle die Werte $d\varphi$, dK und dE , werden auf die bekannte Weise berechnet. Wird der Näherungswert der geographischen Breite mit Hilfe der Beziehung

$$\varphi_0 = \frac{[(\varphi)]}{n} \quad (6)$$

also als arithmetisches Mittel der mit Formel (4) aus sämtlichen gemessenen Sternpaaren berechneten (φ) Werte ermittelt, so stellt die aus der Ausgleichung erhaltene Änderung $d\varphi$ gleichzeitig die regelmäßige Wirkung der Tem-

peraturfehler der Horrebrow-Libellen auf die ohne deren Berücksichtigung berechnete endgültige Breite des Standpunktes dar.

Zur Verwertung der Gleichung (5) ist es nicht erforderlich, den i -Wert auf dem Felde zu messen. Dieser läßt sich mit hinreichender Annäherung aus der Rektaszensionsdifferenz Δz des Sternpaares in Zeitminuten aus der Beziehung

$$i = \Delta z - 1,5$$

nach den eingehenden Ausführungen auf S. 432. von [3] ermitteln.

Wird nicht das Ziel verfolgt, den Temperaturkoeffizienten E möglichst genau zu ermitteln, kann als weitere Vereinfachung die Beziehung

$$\varphi = (\varphi) - \frac{1}{2} (\Delta t_W + \Delta t_E) E \quad (7)$$

als Bestimmungsgleichung benutzt werden. Auch in diesem Falle erhält man aus der Ausgleichung die geographische Breite lediglich mit einer Abweichung von einigen Hundertstel Sekunden im Vergleich zu (5). Für den Temperaturkoeffizienten E erhält man jedoch wegen

$$(1 - e^{-ti}) \leq 1$$

einen Wert unter dem tatsächlichen.

Mit einer weiteren Vernachlässigung kann nach [2] verfahren werden, d. h. es werden die arithmetischen Mittel sowohl von (φ) als auch von $(\Delta t_W + \Delta t_E)$ je Meßabend gebildet und man arbeitet mit der Bestimmungsgleichung

$$\varphi = (\bar{\varphi}) - \frac{1}{2} (\overline{\Delta t_W + \Delta t_E}) E. \quad (8)$$

Werden an den verschiedenen Abenden verschiedene Sternprogramme bzw. eine verschiedene Anzahl von Sternen gemessen, so wird selbstverständlich die Zahl der gemessenen Sternpaare als das Gewicht der aufgrund der Mittelwerte des Abends erhaltenen Fehlergleichungen betrachtet.

Die Ergebnisse meiner Feldbeobachtungen aus den Jahren 1953 und 1954, die in den Tafeln 13 bis 19 von [2] enthalten sind, wurden nach allen drei Verfahren verarbeitet. Die Kennwerte sind in Tafel 2 angegeben. In der Tafel sind die Berechnungsergebnisse nach (5), (7) und (8) nur in den Spalten φ und E getrennt angegeben, da die Abweichungen der mittleren Fehler sowohl praktisch als auch zahlenmäßig vernachlässigt werden können. In der Tafel ist $m_{(\varphi)}$ der mittlere Fehler des aus der Messung eines einzigen Sternpaares mit Hilfe der Beziehung (4) ermittelten (φ) Wertes, berechnet aus den Abwei-

Tabelle 2

Standpunkt	Stern- paar n	No. Instrument	m (η)	m φ	d η			$\mu_{d\eta}$	E' °C			$\mu_{E'}$ % °C	(E) % °C
					(5)	(7)	(8)		(5)	(7)	(8)		
Ba	30	16 972	$\pm 0,51''$	$\pm 0,42''$	$+0,20''$	$+0,22''$	$+0,20''$	$\pm 0,08''$	$+3,0$	$+2,6$	$+2,4$	$\pm 0,7$	$+5,1$
Hh	38	16 972	0,51	0,42	$+0,27$	$+0,26$	$+0,30$	0,09	$+2,5$	$+2,3$	$+2,7$	0,6	$+4,2$
T	20	16 972	0,60	0,46	$-0,11$	$-0,11$	$-0,10$	0,10	$+3,4$	$+3,0$	$+3,1$	0,8	$+5,8$
I	27	16 972	0,59	0,44	$+0,07$	$+0,07$	$+0,08$	0,08	$+3,0$	$+2,6$	$+3,1$	0,6	$+5,1$
M	34	16 972	0,50	0,42	0,00	0,00	$-0,01$	0,08	$+3,2$	$+2,7$	$+5,1$	0,8	$+5,4$
N	23	22 698	0,94	0,51	$+0,48$	$+0,46$	$+0,55$	0,12	$+6,2$	$+5,5$	$+6,6$	0,8	$+10,5$
Sz	45	22 704	1,17	0,52	$+0,26$	$+0,24$	$+0,23$	0,08	$+5,2$	$+4,9$	$+4,7$	0,4	$+8,8$
Quadratische Mittel: $\pm 0,73''$													$\pm 0,7$

chungen sämtlicher (φ) Werte von ihrem arithmetischen Mittel (also von φ_0); m_φ ist der bei der Ausgleichung erhaltene Gewichtseinheitsfehler, also der mittlere Fehler des aus der Messung eines einzigen Sternpaares mit der Beziehung (5) berechneten Wertes.

Die Daten in der Tafel zeigen, daß unter Berücksichtigung der Temperaturfehler die starke Schwankung der mittleren Fehlerwerte $m\varphi$ aufhört und der Mittelwert $\pm 0,46''$ bereits mit dem für diesen Wert a priori berechenbaren Wert von etwa $\pm 0,40''$ hinreichend übereinstimmt. Die $d\varphi$ -Werte zeigen, daß eine Außerachtlassung der Temperaturfehler zu regelmäßigen Fehlern führen kann, die nicht vernachlässigt werden dürfen. Die Spalte (5) der E -Werte stimmt mit den Anhaltswerten in Tafel 1 verhältnismäßig gut überein.

Hier ist nachdrücklich auf die Meßverfahren zur Ermittlung der Temperaturdifferenz hinzuweisen. Bei den Feldbeobachtungen 1953 und 1954 wurden an die Stirnflächen des Halterahmens der Horrebrow-Libellen mit einem Gummistreifen angebrachte Quecksilberthermometer verwendet. Später wurden im Laboratorium Vergleichsmessungen vorgenommen, um festzustellen, welches Verhältnis zwischen den auf diese Weise ermittelten Meßergebnissen und den mit einem Thermistor-Kontaktthermometer gemessenen Temperaturdifferenzen besteht. Das Ergebnis war, daß letzterer Wert kleiner ist und etwa 60% des ersteren erreicht. Hätte ich bei der Feldbeobachtung die Temperaturdifferenz mit diesem Kontaktthermometer gemessen, so hätten sich etwa 1,7mal höhere E -Werte ergeben, die in der letzten Spalte (E) der Tafel 2 angegeben sind.

Die zweite Gruppe der Rechenverfahren zur Beseitigung der regelmäßigen Wirkung von Temperaturfehlern beruht auf der Bestimmung der erforderlichen Parameter im Laboratorium. In der in [3] beschriebenen Weise läßt sich die Kurve der Funktion

$$E_i = (1 - e^{-Ki})E \quad (9)$$

im Laboratorium verhältnismäßig einfach bestimmen. Auch die Temperaturdifferenz wird auf dem Felde gemessen und zur Berechnung der Breite wird die Beziehung

$$\varphi = (\varphi) - \frac{1}{2}(\Delta t_W + \Delta t_E) E_i \quad (10)$$

herangezogen.

Dieses Verfahren hat den zweifellosen Vorteil, daß die Auswertung der Feldbeobachtungen auf diese Weise einfacher ist, ferner daß der E_i -Wert im Laboratorium genauer zu ermitteln ist, als aus der Ausgleichung von Feldbeobachtungen. Dem Durchschnittswert von $\mu_E = \pm 0,7$ in Tafel 2 gegenüber läßt sich im Laboratorium ohne Schwierigkeit ein mittlerer Fehler von $\mu_{E_i} = \pm 0,2$ erreichen.

Das Verfahren hat den Nachteil, daß im Laboratorium die Verhältnisse der Feldbeobachtung lediglich im Modell nachgebildet werden können. Bei einem mit entsprechender Umsicht nachgebildeten Modell läßt sich jedoch voraussetzen, daß man den Verhältnissen auf dem Felde gut entsprechende Temperaturkoeffizienten erhält.

Die Fehlerbeseitigung aufgrund der Ausgleichung von Feldbeobachtungen hat gerade den Vorteil, daß sie frei von letzterer Annahme ist. Ihr Nachteil besteht hingegen darin, daß gerade im Falle, wo die Wirkung des Temperaturfehlers der Horrebow-Libelle gefährlich wird, wenn im Standpunkt lauter Temperaturdifferenzen mit dem gleichen Vorzeichen aufeinander folgen, man nicht nur einen unzuverlässigen E -Wert erhält, sondern schließlich auch der Wert von $d\varphi$ durch Extrapolation ermittelt wird, ein Umstand, der nicht beruhigend ist.

Mit demselben Instrument im Labor und auf dem Felde durchgeführte Messungen könnten es bereits gestatten, zuverlässigere Folgerungen zu ziehen. Bis dahin scheint eine gemeinsame Anwendung beider Rechenverfahren zweckmäßig zu sein.

3. Die Beseitigung der regelmäßigen Fehler nach einem Meßverfahren beruht auf dem Grundgedanken, in Abhängigkeit von der Natur der Fehler Meßergebnisse zu erstellen, in denen die regelmäßigen Fehler mit entgegengesetzten Vorzeichen vorkommen. In diesem Falle ist das arithmetische Mittel bereits frei vom regelmäßigen Fehler bzw. läßt sich in einzelnen Fällen die Wirkung des letzteren vermindern.

Im vorliegenden Falle ist dieser Grundgedanke schwer zu verwirklichen. Höchstens kann man die Messungen auf womöglich viele Abende verteilen. So kann man hoffen, daß sich an den verschiedenen Abenden gegensätzliche Temperaturdifferenzen geltend machen. Daher nimmt die Wirkung der Temperaturfehler im arithmetischen Mittelwert hoffentlich ab. Das ist jedoch eine teils unwirtschaftliche, teils nicht genügend beruhigende Lösung.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß es bei einem vorhandenen Instrument zweckmäßig ist, zum Schutz gegen die Temperaturfehler der Horrebow-Libellen die entstehende Temperaturdifferenz durch eine Windschutzvorrichtung zu vermindern; den Temperaturkoeffizienten der Libellen im Laboratorium zu ermitteln; und die Berechnung — zur Kontrolle — bei Messung der Temperaturdifferenz auf dem Felde sowohl mit Formel (10) als auch aufgrund von (5) mit Ausgleichung durchzuführen.

Zusammenfassung

Durch Fehleranalysen von genauen geographischen Ortsbestimmungen mit dem Universaltheodolit Wild T4 wurde die Aufmerksamkeit auf die Temperaturfehler der Libellen gelenkt. Die Ergebnisse von Labormessungen und Feldbeobachtungen zeigten, daß bei Breitenbestimmungen nach dem Horrebrow-Talcott-Verfahren zufolge der Temperaturfehler der Libellen regelmäßige Fehler entstehen, die nicht vernachlässigt werden dürfen. Im Beitrag werden die Möglichkeiten zur Beseitigung dieses regelmäßigen Fehlers geprüft.

Schrifttum

1. SCHAGGER, A.: Über die Beeinflussung der Lage der Libellenblase durch die Windrichtung. *Astronomische Nachrichten* **159**, 6200 (1936).
2. SÁRDY, A.: Einfluß der in der Umgebung des Instruments entstehenden Wärmedifferenz auf die Meßergebnisse der Horrebrow-Talcott-Methode. (In ungarischer Sprache). *ÉKME Tud. Közl.* VII. H. 2. (1961). 37—75.
3. SÁRDY, A.: Laboratorische Bestimmung des Temperaturkoeffizienten der Horrebrow-Libellen. (In ungarischer Sprache.) *Geodézia és Kartográfia* H. 5, 331—337, und 6. 427—433, (1965).
4. MILOVANOVIC, V.: Beitrag zur Erklärung der systematischen Fehler bei der astronomisch-geodätischen Ortsbestimmung. Veröff. der DGK. Reihe C, H. Nr. 129. München 1968.
5. TÁRCZY-HORNOCH, A.—ÁLPÁR, Gy.: Zur genauen Bestimmung kleiner Neigungswinkel mittels Sekundenlibellen. *Acta Techn. Hung.* **47**, 397—406, 1964.
6. DRODOFSKY, M.: Libellen mit Anzeige durch Glasblasen. Veröff. der DGK. Reihe C, H. 17. München 1956.
7. MILASOVSKY, B.: Auswertung unserer Polhöhenmessungen 1949. (In ungarischer Sprache). *Földméréstani Közlemények*, Budapest, 1950. 97—110.
8. TÁRCZY-HORNOCH, A.: Bericht über die Untersuchungen auf dem Gebiet der höheren Geodäsie. (In ungarischer Sprache). *MTA Músz. Oszt. Közl.* Budapest, 1951. H. 1. 42—62.
9. LUKES, L.: Die Horrebrow-Talcott-Methode und die Bestimmung von Polhöhe, Revolution sowie Libellenkorrektion. (In ungarischer Sprache). *Földméréstani Közlemények*, Budapest, 1952. 123—134.

Dozent Dr. Andor SÁRDY, Budapest XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn